

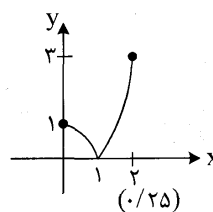
باسمه تعالی

ردیف	سؤالات	نمره
<p>سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲) رشته: علوم ریاضی ساعت شروع: ۳۰:۱۰ صبح مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه</p> <p>دوره‌ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای) تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶</p> <p>دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷ اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a></p>		
۱	معادله‌ی خط مماس بر منحنی $x^2y - 5y + \sin \frac{x}{y} = 2 + y$ را در محل تلاقی آن با محور $y$ ها به دست آورید.	۱
۲	تابع $f(x) = x^2 - x + 3$ با دامنه $[1, +\infty)$ مفروض است، مقدار مشتق تابع معکوس $f$ را در $b = 3$ ( $b \in D_{f^{-1}}$ ) به دست آورید.	۱
۳	مثلثی با مساحت ثابت $21m^2$ و قاعده $7m$ را در نظر بگیرید. اگر اندازه قاعده این مثلث با سرعت $\frac{2m}{s}$ کاهش یابد، ارتفاع آن با چه سرعتی تغییر می کند؟	۱
۴	نقاط اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) =  x^2 - 1 $ را در بازه $[0, 2]$ با توجه به نمودار آن تعیین کنید.	۱
۵	اگر معادله $x^3 - x^2 + 2x - a = 0$ دارای ریشه باشد، محدوده $a$ را بیابید.	۱/۲۵
۶	ثابت کنید برای هر $0 < x < \pi$ داریم: $x - \frac{x^3}{6} < \sin x$	۱/۵
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ را رسم کنید.	۲
۸	با استفاده از قاعده هویتنال حد مقابل را محاسبه کنید: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cot(x + \frac{\pi}{4}) \tan 2x$	۰/۷۵
۹	مربعی فلزی به ضلع $10m$ را گرم کرده ایم که در اثر گرما، اضلاع آن به اندازه $0/01m$ بزرگ شده اند. مقدار تقریبی مساحت مربع را پس از گرم شدن به دست آورید.	۱
۱۰	مساحت زیر منحنی $y = x^2 + 2x$ را در بازه‌ی $[0, 1]$ با استفاده از تقریب اضافی به دست آورید.	۱/۵
۱۱	قضیه: اگر تابع $f$ در بازه‌ی $[a, b]$ پیوسته باشد و $M, m$ به ترتیب مقادیر می نیمم و ماکزیمم مطلق تابع $f$ در این بازه باشند، ثابت کنید: $m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx \leq M$	۰/۷۵
۱۲	بدون محاسبه انتگرال حاصل مشتق مقابل را بیابید: $\frac{d}{dx} \int_{\cos x}^{\sin x} \frac{dt}{\lambda + t^2}$	۰/۵
۱۳	انتگرال های زیر را محاسبه کنید: (الف) $\int_{-1}^1 [x]  x+1  dx$ (ب) $\int \frac{\sin 2x}{\sqrt{3 \cos 2x + 1}} dx$	۱/۷۵
۱۵	جمع نمره «موفق باشید»	۱۵

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۳۰: ۱۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	راهنامه‌ی تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶		دوره‌ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره ای)
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷

ردیف	راهنامه‌ی تصحیح	نمره
------	-----------------	------

۱	$f'(x,y) = -\frac{f'_x}{f'_y} = -\frac{2xy + \frac{1}{y} \cos \frac{x}{y}}{x^2 - 5 - \frac{x}{y^2} \cos \frac{x}{y} - 1} \quad \text{A} \begin{cases} x=0 \\ y=-\frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{matrix} (0/25) \\ (0/25) \end{matrix}$ $m = f'(\cdot, \frac{-1}{3}) = \frac{-1}{3} \quad (0/25) \quad y + \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}x \quad (0/25)$	۱
۱	$x^2 - x + 3 = 3 \Rightarrow x(x-1) = 0 \quad \begin{cases} x=0 & \text{غ ق ق} \\ x=1 & \text{ق ق} \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} \text{A}' \begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix}$ $(f^{-1})'(b) = \frac{1}{f'(a)}, \quad f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow f'(1) = 1 \Rightarrow (f^{-1})'(3) = 1 \quad (0/25)$	۲
۱	$21 = \frac{1}{3} \times v \times h \Rightarrow h = 6m \quad (0/25) \quad x' = -2 \frac{m}{s}, \quad s = \frac{1}{3}xh \Rightarrow s' = \frac{1}{3}(x'h + xh') \quad (0/25)$ $\text{ثابت } s \Rightarrow s' = 0 \Rightarrow -\frac{x'h}{x} = h' \Rightarrow h' = \frac{2 \times 6}{3} = \frac{12}{3} \frac{m}{s} \quad (0/25)$	۳
۱	 <p>Max مطلق (۲,۳) (۰/۲۵) Min نسبی و مطلق (۱,۰) (۰/۵)</p>	۴
۱/۲۵	$f(x) = x^3 - x^2 + 2x - a \quad \begin{cases} f(-1) = -4 - a & f(-1) \cdot f(1) < 0 \quad (0/25) \\ f(1) = 2 - a & \end{cases} \quad \begin{matrix} (0/5) \\ \Rightarrow \\ (0/25) \end{matrix}$ $-(2-a)(4+a) < 0 \Rightarrow -4 < a < 2$	۵
۱/۵	<p>f, g دو تابع پیوسته هستند.</p> $\left. \begin{aligned} f(x) = x - \frac{x^3}{6} &\Rightarrow f'(x) = 1 - \frac{x^2}{2} \Rightarrow f''(x) = -x \Rightarrow f'''(x) = -1 \\ g(x) = \sin x &\Rightarrow g'(x) = \cos x \Rightarrow g''(x) = -\sin x \Rightarrow g'''(x) = -\cos x \end{aligned} \right\} (1)$ $-1 \leq -\cos x \Rightarrow f'''(x) \leq g'''(x) \Rightarrow f''(x) \leq g''(x) \Rightarrow f'(x) \leq g'(x) \Rightarrow f(x) \leq g(x) \quad (0/25)$	۶
« ادامه در صفحه‌ی دوم »		

باسمه تعالی

ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶		دوره‌ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای)
اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۲	$x^2 - 1 > 0 \rightarrow x^2 > 1 \rightarrow x > 1 \text{ یا } x < -1 \Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty) \quad (0/25)$ $f'(x) = \frac{\sqrt{x^2-1} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2-1}}}{(x^2-1)} = \frac{-1}{\sqrt{x^2-1}(x^2-1)} < 0 \quad \text{نزولی} \quad (0/5)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm 1 \Rightarrow y = \pm 1 \quad \text{مجاذب افقی} \quad (0/25) \quad \text{و} \quad x = \pm 1 \quad \text{مجاذب قائم} \quad (0/25)$ <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td colspan="2">-</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>-1</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	y'	-		+	-	y	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$	۷
x	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$													
y'	-		+	-													
y	$-\infty$	$-1$	$1$	$+\infty$													
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \cot(x + \frac{\pi}{4}) \cdot \tan 2x = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\cot(x + \frac{\pi}{4})}{\cot(2x)} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{-(1 + \cot^2(x + \frac{\pi}{4}))}{-2(1 + \cot^2 2x)} = \frac{1}{2} \quad (0/25)$	۸															
۱	$s = x^2 \quad (0/25) \quad \Delta x = 0.1 \quad s'(1.0) = 2.0 \quad (0/25)$ $s' = 2x$ $s(1.0 + \Delta x) \approx s(1.0) + s'(1.0) \cdot \Delta x = 1.0 + 0.2 = 1.2 \text{ m}^2 \quad (0/25)$	۹															
۱/۵	$A_n^+(f) = \sum_{k=1}^n f(u_k) \cdot \Delta x \quad \Delta x = \frac{1}{n} \quad (0/25) \quad u_k = x_k = a + k \Delta x = \frac{k}{n}$ $= \sum_{k=1}^n \frac{k^2}{n^2} + 2 \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \quad (0/25) \quad f(u_k) = \frac{k^2}{n^2} + \frac{2k}{n} \quad (0/25)$ $= \frac{1}{n^2} \sum_{k=1}^n k^2 + \frac{2}{n^2} \sum_{k=1}^n k = \frac{1}{n^2} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{2}{n^2} \times \frac{n(n+1)}{2} \quad (0/5)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} A_n^+(f) = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3} \quad (0/25)$	۱۰															
« ادامه در صفحه‌ی سوم »																	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح
دوره‌ی پیش دانشگاهی (۱۵ نمره‌ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷		اداره‌ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱۱	<p><math>f</math> در <math>[a, b]</math> پیوسته است پس بر <math>[a, b]</math> انتگرال پذیر است. از طرفی (۰/۲۵)</p> $\int_a^b m \, dx \leq \int_a^b f(x) \, dx \leq \int_a^b M \, dx \Rightarrow m(b-a) \leq \int_a^b f(x) \, dx \leq M(b-a) \Rightarrow$ <p>(۰/۲۵)</p> $m \leq \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) \, dx \leq M$	۰/۷۵	
۱۲	<p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\frac{d}{dx} \int_{\cos x}^{\sin x} \frac{dt}{\lambda + t^2} = \frac{\cos x}{\lambda + \sin^2 x} + \frac{\sin x}{\lambda + \cos^2 x}$	۰/۵	
۱۳	<p>(۰/۵)</p> $\int_{-2}^1 [x]  x+1  \, dx = \int_{-2}^{-1} 2(x+1) \, dx + \int_{-1}^0 -(x+1) \, dx + \int_0^1 0 \, dx$ <p>(۰/۵)</p> $= x^2 + 2x \Big _{-2}^{-1} - \frac{1}{2} x^2 - x \Big _{-1}^0 = -1 - \frac{1}{2} = -\frac{3}{2}$ <p>ب) <math>3 \cos 2x + 1 = u \rightarrow -6 \sin 2x \, dx = du \Rightarrow -\frac{1}{6} \int \frac{du}{\sqrt{u}} = -\frac{1}{6} \times 2u^{\frac{1}{2}} + c</math></p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $= -\frac{1}{3} \sqrt{3 \cos 2x + 1} + c$	۱/۷۵	
۱۵	جمع نمره		

مصححین محترم لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم منظور فرمایید.