

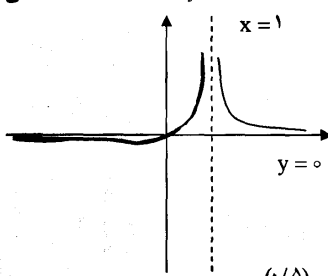
باسمه تعالی

سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۳۰:۱۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره ی پیش دانشگاهی «۱۵ نمره ای»		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://ace.medu.ir		
ردیف	سؤالات			
۱	مشتق تابع $\sqrt{xy} + \cos xy = 1$ را بدست آورید.			
۲	تابع $f(x) = x^3 + 2x + 1$ مفروض است. معادله خط قائم بر تابع f^{-1} را در $b = 4$ بدست آورید. ($b \in D_{f^{-1}}$)			
۳	نقطه p روی مسیری به معادله $\frac{x^2 + y^2}{xy} = 3$ حرکت می کند هنگامی که p در نقطه y (۱) قرار دارد مؤلفه x آن با سرعت ۵ سانتی متر بر ثانیه افزایش می یابد سرعت تغییر مؤلفه y آن را حساب کنید.			
۴	قضیه: اگر تابع f روی بازه $[a, b]$ تعریف شده و نقطه $a < c < b$ نقطه اکسترمم مطلق تابع روی این بازه باشد، آنگاه c نقطه بحرانی f است.			
۵	برای هر دو عدد حقیقی x_1 و x_2 ثابت کنید: $ \sin x_1 - \sin x_2 \leq x_1 - x_2 $			
۶	با استفاده از قضیه رول ثابت کنید معادله $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + 9x = 0$ فقط دارای یک ریشه است.			
۷	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x}{(x-1)^2}$ را رسم کنید.			
۸	اگر بخواهیم ریشه معادله $x^3 + x - 1 = 0$ را با روش نیوتن با تقریب اولیه $x_1 = 1$ بیابیم، مقدار x_2 را محاسبه کنید.			
۹	با استفاده از دیفرانسیل مقدار تقریبی $\text{Arc tan}(1/0.3)$ را بدست آورید.			
۱۰	مقادیر تقریب اضافی و نقصانی مساحت زیر منحنی $y = \frac{1}{x+1}$ را در بازه y $[1, 2]$ برای $n = 4$ بدست آورید.			
۱۱	مقدار متوسط تابع $f(x) = \frac{3}{x}$ در بازه $[1, c]$ برابر ۱ است مقدار c را بیابید.			
۱۲	بدون محاسبه انتگرال، کران بالا و کران پائینی برای $\int_0^2 \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} dx$ بدست آورید.			
۱۳	انتگرال های زیر را محاسبه کنید:			
	(الف) $\int x^2 \sqrt{x^3 + 2} dx$	(ب) $\int_{-1}^3 x x-2 dx$		
۱۵	جمع نمره «موفق باشید»			

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)		رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۴:۳۰
دوره ی پیش دانشگاهی «۱۵ نمره ای»		تاریخ امتحان: ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۱۳۸۷-۸۸		اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://acc.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	$f'(x, y) = -\frac{\frac{f'_x}{x} - \frac{y}{\sqrt{xy}} - y \sin xy}{\frac{f'_y}{y} - \frac{x}{\sqrt{xy}} - x \sin xy}$	۰/۲۵	
۲	$A \left \begin{matrix} a \\ 4 \end{matrix} \right. \quad a^r + 2a + 1 = 4 \Rightarrow a^r + 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1 \quad A' \left \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix} \right. \quad f'(x) = 2x^2 + 2$ $m = (f^{-1})'(4) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{5} \Rightarrow m' = -5 \Rightarrow y - 1 = -5(x - 4)$	۱/۲۵	
۳	$x^2 - 2xy + 2 = 0 \Rightarrow 2xx' - 2x'y - 2xy' = 0 \Rightarrow 10 - 15 = 2y' \Rightarrow y' = -\frac{5}{2} \text{ cm/s}$	۱	
۴	چون f در همسایگی نقطه c تعریف شده است c یک اکسترمم نسبی f است، حال اگر $f'(c)$ وجود نداشته باشد، c نقطه بحرانی f است و اگر $f'(c)$ وجود داشته باشد بنا به قضیه ای $f'(c) = 0$ که باز هم c نقطه بحرانی f است.	۱	
۵	فرض می کنیم $x_1 < x_2$ ، $f(x) = \sin x$ ، f بر R پیوسته است لذا در $[x_1, x_2]$ پیوسته و بر (x_1, x_2) مشتق پذیر است (۰/۲۵) پس f در شرایط قضیه مقدار میانگین مشتق صدق می کند داریم:	۱/۲۵	
۶	$f'(c) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \Rightarrow \cos c = \frac{\sin x_2 - \sin x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \cos c = \frac{ \sin x_1 - \sin x_2 }{ x_1 - x_2 }$ $ \cos c \leq 1 \Rightarrow \frac{ \sin x_1 - \sin x_2 }{ x_1 - x_2 } \leq 1 \Rightarrow \sin x_1 - \sin x_2 \leq x_1 - x_2 $	۱/۲۵	
	<p>یک ریشه دارد (۰/۵). فرض می کنیم f بر بازه ی $[-1, 1]$ دو ریشه x_1, x_2 داشته باشد که $x_1 < x_2$، f در $[x_1, x_2]$ پیوسته و بر (x_1, x_2) مشتق پذیر است لذا در شرایط قضیه رول صدق می کند (۰/۲۵) یعنی:</p> $\exists c \in (x_1, x_2) : f'(c) = 0 \Rightarrow f'(c) = c^2 - 2c + 9 = 0 \Rightarrow \Delta' = 1 - 9 = -8 < 0$ <p>پس f دقیقاً یک ریشه دارد. (۰/۲۵)</p>		
	« ادامه در صفحه ی دوم »		

باسمه تعالی

ساعت شروع : ۱۴:۳۰	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)															
تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶	اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://acc.medu.ir	دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »															
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف															
۲	<p>مجانِب قائم $D_f = R - \{1\} \Rightarrow x = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>مجانِب افقی $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>غ ق $x = 1$ (۰/۵)</p> <p>$x = -1 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}$ (۰/۵)</p> <p>نقطه کمکی $x = 0 \Rightarrow y = 0$</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-1</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>$-\frac{1}{4}$</td> <td>$+\infty$</td> <td>0</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p>	x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	y'	-	0	+	-	y	0	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$	0	۷
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$													
y'	-	0	+	-													
y	0	$-\frac{1}{4}$	$+\infty$	0													
۱	<p>$f(x) = x^{\sqrt{x}} + x - 1 \Rightarrow f'(x) = \sqrt{x}x^{\sqrt{x}-1} + 1$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \Rightarrow x_1 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1}} = 0 \Rightarrow x_2 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1}} = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_3 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1}} = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$x_4 = 1 - \frac{1}{\sqrt{1}} = 0$ (۰/۲۵)</p>	۸															
۱	<p>$f(x) = \text{Arctan } x, x = 1, \Delta x = 0.03, f'(x) = \frac{1}{1+x^2}$ (۰/۵)</p> <p>$f(x + \Delta x) \approx f(x) + f'(x) \cdot \Delta x = \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{100} = \frac{\pi}{4} + \frac{3}{200}$ (۰/۲۵)</p>	۹															
۱	<p>$\Delta x = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵)</p> <p>تقریب اضافی $= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{10} + \frac{4}{11} \right)$ (۰/۲۵)</p> <p>تقریب نقصانی $= \frac{1}{4} \left(\frac{4}{9} + \frac{4}{10} + \frac{4}{11} + \frac{1}{3} \right)$ (۰/۲۵)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>$\frac{5}{4}$</td> <td>$\frac{6}{4}$</td> <td>$\frac{7}{4}$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$\frac{1}{2}$</td> <td>$\frac{4}{9}$</td> <td>$\frac{4}{10}$</td> <td>$\frac{4}{11}$</td> <td>$\frac{1}{3}$</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p>	x	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	2	y	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{1}{3}$	۱۰			
x	1	$\frac{5}{4}$	$\frac{6}{4}$	$\frac{7}{4}$	2												
y	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{11}$	$\frac{1}{3}$												
« ادامه در صفحه ی سوم »																	

باسمه تعالی

ساعت شروع : ۱۴:۳۰		رشته : علوم ریاضی	موضوع : حساب دیفرانسیل و انتگرال (۲)
تاریخ امتحان : ۱۳۸۸ / ۲ / ۲۶		دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	
اداره ی کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی http://acc.medu.ir		دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۸-۱۳۸۷	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۱	$\frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{x^2 dx}{x^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{c-1} \times \frac{-2}{x} \Big _1^c = \frac{-2}{c-1} \left(\frac{-1}{c} + 1 \right) = \frac{-2}{c-1} \times \frac{c-1}{c} = \frac{-2}{c}$ $\frac{-2}{c} = 1 \Rightarrow c = -2 \quad (۰/۲۵)$		
۱	$m(y-o) \leq \int_0^y \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} dx \leq M(y-o) \quad f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{-6x}{(x^2 + 2)^2} = 0 \Rightarrow x = 0$ <p>نقاط بحرانی :</p> $\begin{cases} x = 0 \rightarrow y = \frac{5}{2} \rightarrow M \\ x = 2 \rightarrow y = \frac{3}{2} \rightarrow m \end{cases} \quad (۰/۵) \Rightarrow 3 \leq \int_0^2 \frac{x^2 + 5}{x^2 + 2} dx \leq 5 \quad (۰/۲۵)$		
۱/۵	<p>الف) $x^2 + 2 = u \Rightarrow 2x dx = du \Rightarrow x dx = \frac{1}{2} du \Rightarrow \frac{1}{2} \int \sqrt{u} du = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} u^{3/2} + c = \frac{1}{3} \sqrt{(x^2 + 2)^3} + c$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\int_{-1}^2 (2x - x^2) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx = x^2 - \frac{1}{3} x^3 \Big _{-1}^2 + \frac{1}{3} x^3 - x^2 \Big _2^3 = \frac{4}{3}$ (۰/۲۵)</p>		
۱۵	جمع نمره		

مصححین محترم لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر بارم منظور فرمایید.