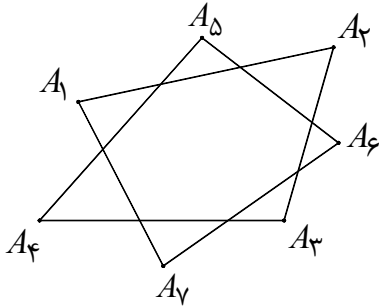


۱. دستگاه معادلات زیر چند دسته جواب در  $R$  دارد؟

$$\begin{cases} x + z^2 = y \\ y + x^2 = z \\ z + y^2 = x \end{cases}$$

(۱) جواب ندارد. (۲) یک (۳) دو (۴) بیشمار

۲. در شکل مقابل مجموع زوایای  $A_1$  تا  $A_7$  برابر است با :



(۱)  $630^\circ$

(۲)  $360^\circ$

(۳)  $540^\circ$

(۴)  $720^\circ$

۳. اگر  $\frac{1}{x+y+z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$  و  $x = 2y$  ، مقدار  $\frac{x}{z}$  کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۲ یا -۱

۴. با فرض

$$X = \frac{1}{\cdot + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{4} + \sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{8} + \sqrt{12}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1376} + \sqrt{1380}}$$

$$Y = \frac{1}{\cdot + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} + \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{9}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1377} + \sqrt{1380}}$$

$$Z = \frac{1}{\cdot + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10} + \sqrt{15}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{1375} + \sqrt{1380}}$$

کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $X^2 + Y^2 = Z^2$  (۳)  $25Z^2 = 12XY$

(۲)  $\frac{1}{X^2} + \frac{1}{Y^2} = \frac{1}{Z^2}$  (۴) گزینه‌های ۲ و ۳ هر دو صحیح هستند.

۵. چند جمله‌ای  $P(x) = x^4 - 1$  را به صورت حاصلضرب چند جمله‌ای‌هایی با کمترین درجه و با ضرایب حقیقی تجزیه کرده‌ایم. بیشترین تعداد عاملها ( $N$ ) و درجه آنها ( $D$ ) عبارت است از :

(۱)  $D = (2, 2, 2, 1, 1)$  ،  $N = 5$  (۲)  $D = (4, 2, 1, 1)$  ،  $N = 4$

(۳)  $D = (2, 2, 1, 1, 1, 1)$  ،  $N = 6$  (۴)  $D = (2, 1, 1, 1, 1, 1, 1)$  ،  $N = 7$

۶.  $a, b, c$  به ترتیب ارقام صدگان، دهگان و یکان عدد سه رقمی  $N$  هستند و می‌دانیم  $49a + 7b + c = 286$  در این صورت باقیمانده تقسیم  $N$  بر ۶ برابر است با :

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۷.  $a, b, c$  سه رقم متمایز هستند. شش عدد دو رقمی با استفاده از این ارقام می توان ساخت اگر مجموع شش عدد دو رقمی برابر ۴۸۴ باشد،  $a+b+c$  برابر است با:

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۲

۸. بیشترین مقدار  $K$  را بیابید برای این که نامساوی زیر برای همه مقادیر حقیقی  $a, b, c, d$  برقرار باشد:

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - (a+b+c+d) \geq K$$

- (۱)  $K = 0$  (۲)  $K = -1$  (۳)  $K = -4$  (۴)  $K = -\frac{1}{4}$

۹. حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$\sqrt{1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{4}} + \sqrt{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9}} + \sqrt{1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{16}} + \dots + \sqrt{1 + \frac{1}{64} + \frac{1}{81}}$$

- (۱)  $9 + \frac{1}{9}$  (۲)  $9 - \frac{1}{9}$  (۳)  $8 + \frac{1}{8}$  (۴)  $8 - \frac{1}{8}$

۱۰. معادله  $x^2 + y^2 + 1 = z^2$  در مجموعه اعداد صحیح چند دسته جواب دارد؟

- (۱) یک (۲) هشت (۳) ده (۴) بی شمار

۱۱. چند عضو مجموعه  $\{1, 2, 3, \dots, 1380\}$  را می توان به فرم  $x^6 + y^6 + z^6$  نوشت به طوری که  $x, y, z \in N$ ؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۲. اگر  $a = \frac{x}{x^2 + y^2}$  و  $b = \frac{y}{x^2 + y^2}$ ، چند تا از گزاره های زیر درست هستند؟

(الف)  $\frac{a}{x} = \frac{b}{a+b}$  (ب)  $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = 1$  (ج)  $ax + by = 1$

(د)  $x = \frac{a}{a+b}, y = \frac{b}{a+b}$  (ه)  $x = \frac{a}{a^2 + b^2}, y = \frac{b}{a^2 + b^2}$

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳. باقیمانده تقسیم  $S = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 1380^3$  بر ۱۳۸۰ برابر  $a$  و باقیمانده تقسیم  $S$  بر ۱۳۸۱ برابر است با  $b$  در

این صورت:

- (۱)  $a = b = 0$  (۲)  $a = 1, b = 0$  (۳)  $a = 690, b = 0$  (۴)  $a = 0, b = 1380$

۱۴. دستگاه معادلات زیر چند دسته جواب در  $R$  دارد؟

$$a^2 + b^2 + c^2 = a^4 + b^4 + c^4 = 3$$

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۸

۱۵. اگر  $a+b+c=3$  و  $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{11}{6}$  مقدار  $S = \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$  کدام است؟

- (۱) ۲      (۲)  $\frac{5}{2}$       (۳) ۳      (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۶. از نتیجه گیری‌های زیر چندتایشان صحیح هستند ( $Q =$  مجموعه اعداد گویا)؟

$$a + \frac{1}{a} \in Q \Rightarrow a^4 + \frac{1}{a^4} \in Q$$

$$a + \frac{1}{a} \in Q \Rightarrow a^3 + \frac{1}{a^3} \in Q$$

$$a - \frac{1}{a} \in Q \Rightarrow a^3 - \frac{1}{a^3} \in Q$$

$$a - \frac{1}{a} \in Q \Rightarrow a^4 - \frac{1}{a^4} \in Q$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3} \notin Q \Rightarrow a - \frac{1}{a} \notin Q$$

- (۱) یک      (۲) دو      (۳) سه      (۴) چهار

۱۷. دستگاه معادلات زیر چند دسته جواب در  $R$  دارد؟

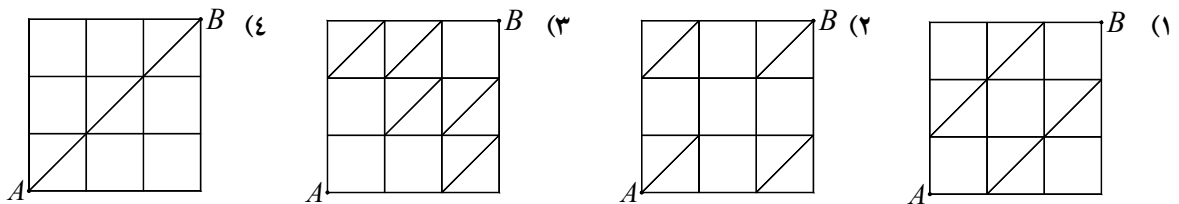
$$x^{79} + y^{79} = x^{80} + y^{80} = x^{81} + y^{81}$$

- (۱) یک      (۲) دو      (۳) سه      (۴) چهار

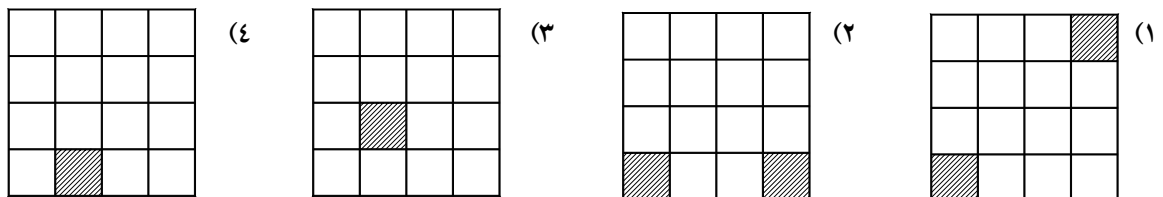
۱۸. اگر  $a+b+c=2$  و  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2}$  و  $abc=1$  در این صورت  $a^2 + b^2 + c^2$  برابر است با:

- (۱)  $\frac{2}{5}$       (۲) ۳      (۳)  $\frac{3}{5}$       (۴) ۴

۱۹. می‌خواهیم از  $A$  به  $B$  برویم. برای اینکار تنها مجاز هستیم روی خطوط و تنها در سه جهت حرکت کنیم. در کدامیک از شبکه‌ها، تعداد مسیرهای بیشتری برای رفتن از  $A$  به  $B$  وجود دارد؟



۲۰. در کدامیک از اشکال زیر تعداد مربعات سفید کمتر است؟ (مربع سفید مربعی است که شامل خانه‌های سیاه نباشد)





۲۸. برای سه عدد حقیقی و مثبت  $x, y, z$  داریم:  $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$ . مقدار عبارت  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{x}{z}$  کدام است؟

(۴) مقدار ثابتی نیست.

(۳) ۳/۵

(۲) ۳

(۱) ۲/۵

۲۹. فرض کنید معادله  $x^2 + ax + b = 0$  دو جواب صحیح داشته باشد، از عبارات زیر کدامها درست هستند؟

(الف) اگر هر دو جواب فرد باشند، آنگاه  $a$  و  $b$  فرد هستند.

(ب) اگر هر دو جواب فرد باشند، آنگاه  $a$  زوج و  $b$  فرد است.

(ج) اگر هر دو جواب فرد باشند، آنگاه  $a$  فرد و  $b$  زوج است.

(د) اگر یک جواب فرد و دیگری زوج باشد، آنگاه  $a$  فرد و  $b$  زوج است.

(هـ) اگر یک جواب فرد و دیگری زوج باشد، آنگاه  $a$  زوج و  $b$  فرد است.

(و) اگر یک جواب فرد و دیگری زوج باشد، آنگاه  $a$  و  $b$  فرد هستند.

(۴) (ب) و (د)

(۳) (ب) و (و)

(۲) (ب) و (هـ)

(۱) (الف) و (د)

۳۰. معادله  $x(x-1)(x-2)(x-3) = 24$  چند ریشه حقیقی دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخنامه‌ی آزمون

| شماره | پاسخ | شماره | پاسخ | شماره | پاسخ |
|-------|------|-------|------|-------|------|
| ۱     | ۲    | ۱۱    | ۳    | ۲۱    | ۴    |
| ۲     | ۳    | ۱۲    | ۳    | ۲۲    | ۲    |
| ۳     | ۴    | ۱۳    | ۱    | ۲۳    | ۳    |
| ۴     | ۴    | ۱۴    | ۴    | ۲۴    | ۴    |
| ۵     | ۱    | ۱۵    | ۲    | ۲۵    | ۴    |
| ۶     | ۴    | ۱۶    | ۴    | ۲۶    | ۴    |
| ۷     | ۴    | ۱۷    | ۴    | ۲۷    | ۲    |
| ۸     | ۲    | ۱۸    | ۳    | ۲۸    | ۳    |
| ۹     | ۲    | ۱۹    | ۴    | ۲۹    | ۴    |
| ۱۰    | ۴    | ۲۰    | ۳    | ۳۰    | ۲    |